UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

EEs Escuela de Estadística

Escuela de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Costa Rica

Curso: XS-2310 Modelos Probabilísticos Discretos I **Ciclo Lectivo 2017**

Profesor	**Horario del curso**:	**Horas de consulta**:
José Andrey Zamora A (Grupo 1)	L, J: 8:00 am a 9:50 am.	L, J: 8:50 a 10:50 am

Requisitos: XS-1130 y MA-1021

Co-requisito: XS-2110,

Créditos: 4

Descripción

El curso forma parte del segundo año de la carrera de Bachillerato en Estadística. El enfoque del curso es teórico-práctico, y proporciona los elementos básicos de la teoría de la probabilidad en espacios discretos con aplicaciones a juegos de azar, muestreo, salud, demografía, finanzas, entre otras. La aprobación del curso es un requisito para cursar Modelos Probabilísticos Continuos (XS-2330).

Objetivo general

Impartir los conceptos, teoremas y distribuciones básicos de la teoría de la probabilidad en espacios discretos, con aplicaciones reales a varios campos.

Objetivos específicos

Al finalizar el curso, se espera que el estudiante:

- Entienda y sepa aplicar los teoremas básicos de probabilidades en espacios probabilísticos discretos.
- Reconozca las distribuciones de probabilidad discretas básicas y pueda calcular probabilidades manualmente, mediante tablas, hojas de cálculo y el programa R.
- Comprenda y sepa aplicar el concepto de valor esperado y sus propiedades.
- Comprenda y sepa manejar los conceptos de distribución de probabilidad discreta en una y más dimensiones, distribución marginal y condicional, momentos, covariancia, correlación y generatriz de momentos
- Conozca las relaciones entre varias distribuciones como la binomial, Poisson, hipergeométrica, y entre la binomial y la distribución normal.
- Aprecie la utilidad de la teoría de la probabilidad como fundamento de la disciplina de la estadística.

- Conozca varias aplicaciones de la teoría de la probabilidad al muestreo, juegos de azar, finanzas, salud, etc.
- Adquiera el conocimiento básico necesario para el curso XS-2330 Modelos Probabilísticos Continuos.

Contenido

Tema 1: Conceptos fundamentales de probabilidades en espacios discretos

1.1 Origen de la teoría de la probabilidad. Juegos de azar, experimento aleatorio y definición clásica de probabilidad. Espacio muestral, sucesos o eventos. Consecuencias de la definición clásica: propiedades de las probabilidades. La frecuencia relativa de un suceso. Técnicas de conteo: principios fundamentales del análisis combinatorio, permutaciones (con y sin repetición) y combinaciones. Muestras ordenadas y sin ordenar, con o sin reemplazo. Concepto de muestra simple al azar. Cálculo de probabilidades utilizando permutaciones y combinaciones.
1.2 Problemas del enfoque clásico de la probabilidad. Otros enfoques: frecuencia relativa, probabilidad subjetiva, método axiomático. Desarrollo del método axiomático: Axiomas para sucesos y axiomas para probabilidades. Concepto de medida de probabilidad y espacio probabilístico. Medida de probabilidad equiprobable. Teoremas básicos. Probabilidad de un suceso.
1.3 Probabilidad condicional e independencia de sucesos. Ley multiplicativa. Cálculo de la probabilidad de un suceso: método de la composición de eventos. Teoremas de la probabilidad total y de Bayes.
1.4 Introducción al concepto de cadenas de Markov.

Tema 2: Variables aleatorias discretas unidimensionales

2.1 Definición de variable aleatoria. Variable aleatoria discreta. La función o distribución de probabilidad. Función de distribución acumulativa. Distribuciones básicas: uniforme, Bernoulli, binomial, hipergeométrica, geométrica, binomial negativa y Poisson.
2.2 Valor esperado de una variable aleatoria discreta: E(X), E[g(X)], Var(X), desviación estándar. Momentos poblaciones. Funciones generatrices de momentos. Cálculo de las medias, variancias y generatrices de momentos de las distribuciones básicas. Transformación de variables. Determinación de la distribución de probabilidad de Y = g(X) mediante las técnicas del cambio de variable y de la generatriz de momentos.
2.3 Uso de software estadísticos para calcular probabilidades.

Tema 3: Variables aleatorias discretas multidimensionales

3.1 Variables aleatorias y distribuciones de probabilidad bidimensionales. Distribuciones marginales y condicionales. Variables aleatorias independientes. Función de distribución acumulada F(x,y). Valor esperado de g(X,Y). Casos particulares: Cov(X,Y), Correlación (X,Y), Var (aX + bY + c). Valores esperados condicionales: $E(Y|X)$, $Var(Y|X)$ y $E[g(Y|X)]$.
3.2 Variables aleatorias y distribuciones multidimensionales. Distribuciones marginales y condicionales.
3.3 Valores esperados de funciones de varias variables aleatorias: $E[g(X_1, \ldots, X_k]$. Casos particulares:

$E[\mathbf{a}'\mathbf{X}]$, $Var[\mathbf{a}'\mathbf{X}]$, $Cov(\mathbf{a}'\mathbf{X}, \mathbf{b}'\mathbf{Y})$. Concepto de generatriz de momentos conjunta. Media y variancia del promedio muestral en muestreo simple al azar. Concepto de muestra aleatoria en poblaciones infinitas.

3.4 La distribución hipergeométrica multidimensional: distribuciones marginales y condicionales. La distribución multinomial y sus propiedades: distribuciones marginales y condicionales, función generatriz de momentos, medias, variancias y covariancias. Transformación de variables discretas y técnica del cambio de variable.

3.5 Generación de muestras de variables aleatorias discretas, simulación y aplicaciones.

3.6 Estimación de máxima de verosimilitud.

Tema 4: Teoremas fundamentales de límites de distribuciones y distribución de sumas de variables aleatorias independientes

4.1 Cálculo de la distribución de sumas de variables aleatorias por el método de la generatriz de momentos: suma de variables independientes: Bernoulli, Poisson, geométricas.

4.2 Aproximación de la binomial con la Poisson, de la hipergeométrica con la binomial. Teorema de Chebyshev. Teorema de Bernoulli. Ley débil de los grandes números. La distribución normal como límite de la binomial (teorema de De Moivre-Laplace). Teorema del Límite Central. Aplicaciones.

Bibliografia

Libro de Texto

Hernández Rodríguez, Oscar (2008). *Modelos probabilísticos discretos*. Editorial de la Universidad de Costa Rica, Ciudad Universitaria Rodrigo Facio. Signatura 519.2 H557m

Material complementario

Wackerly, D., Mendenhall, W y Scheaffer, R. (2010). *Estadística Matemática con aplicaciones*. Thomson: México. Signatura 519.5 M537e7

De Groot, M. H. (1988). *Probabilidad y Estadística*. Addison-Wesley Iberoamericana: México. Signatura 519.2 D321p2 E

Lang, S. (1976). *Cálculo I.* Fondo Educativo Interamericano S.A. Signatura 517 L271-c

Lipschutz, S., & Schiller, John. (2000). *Introducción a la probabilidad y a la estadística*. McGraw Hill. Signatura 519.207.6 L767i

Ross, S. (2010). *A first course on probability*. New Jersey: Prentice Hall.

Metodología

Las estrategias metodológicas incluyen la clase magistral, el trabajo individual, la discusión y reflexión sobre los concepto matemáticos y estadísiticos expuestos. Se requiere la participación activa de los estudiantes en la resolución de ejercicios. Además, se considera importante que el estudiante evacúe sus dudas durante la clase y realice los ejercicios y/o tareas obligatorias que el profesor asigne durante el ciclo. Estos ejercicios pretenden fortalecer los conocimientos, habilidades y destrezas fomentadas en clase. Se recomienda el trabajo en grupo para completar apuntes, resolver ejercicios y compartir estrategias de resolución.

Cronograma

Semana	Fechas	Evaluación	Contenidos
1	13 -18 de agosto		Tema 1.1
2	20 - 25 de agosto	Evaluación 1	Tema 1.2
3	27 agosto – 01 sep		Tema 1.3
4	03 - 08 de septiembre	Evaluación 2	Tema 1.4
	10 – 15 de setiembre		Tema 2.1
5	17 - 22 de setiembre	**I parcial**	Tema 2.1
6	24 -29 setiembre		Tema 2.2
7	01- 06 de octubre		Tema 2.2 y 2.3
8	08 – 13 octubre	Evaluación 3	Tema 3.1
9	15 - 20 de octubre		Tema 3.2
10	22 - 27 de octubre	**II parcial**	Tema 3.3
11	29 oct– 03 de nov		Tema 3.4
12	05 - 10 de noviembre		Tema 3.5 y 3.6
13	12 - 17 de noviembre	Evaluación 4	Tema 4.1
14	19 - 24 de noviembre		Tema 4.2
15	26 nov- 01 de dic		
16	03 diciembre	**III Parcial**	
17	10 -diciembre	**Ampliación**	

Valor y cronograma de los exámenes regulares

Exámenes ordinarios

Tipo de evaluación	**Materia evaluada**	**Fecha**	**Valor**
Primer examen	Tema 1	Lunes 17 de setiembre	25%
Segundo examen	Tema 2	Lunes 22 de octubre	25 %
Tercer examen	Tema 3 y 4	Lunes 3 de diciembre	35 %
Evaluaciones en clase y extraclase, por ejemplo: prueba corta, quices, trabajo en grupo o individual, exposiciones, programación y generación de distribuciones discretas. Las evaluaciones en clase no se reponen.	Temas 1,2,3 y 4	Ver cronograma. Las evaluaciones en clase no se reponen.	15%
Prueba de ampliación	Temas 1,2,3 y 4	Lunes 10 de diciembre	Nota mínima de 7.0 para aprobar el curso.

Las fechas de los exámenes están sujetas a la disponibilidad de aulas, por lo que eventualmente pueden variar en cuyo caso se comunicará al estudiante en forma oportuna.