

# Folleto de práctica: Prueba de Habilidades Cuantitativas

La Prueba de Habilidades Cuantitativas (PHC) es una prueba estandarizada de selección única que mide la capacidad para resolver problemas matemáticos en los cuales el proceso de razonamiento con contenidos matemáticos es lo primordial y no solamente la aplicación de un algoritmo.

Esta prueba se compone de cuarenta ítems de selección única, distribuidos equitativamente según su área de contenido principal: Aritmética, Geometría, Álgebra y Análisis de datos. Los contenidos utilizados en cada una de estas áreas están basados en los programas de estudio de la educación primaria y secundaria costarricense.

Se resuelve sin el uso de calculadora, en un tiempo máximo de dos horas. Dentro de este tiempo, el(la) examinado(a) también debe marcar sus respuestas en la hoja proporcionada para este fin.

En las siguientes páginas, se presenta una práctica cuyo objetivo es familiarizar al(a la) futuro(a) examinado(a) con los ítems que conforman PHC.

Antes de la práctica, se incluyen los contenidos necesarios para resolver la prueba y, al final de esta, se presentan las respuestas de los ítems. Se recomienda leer la información indicada antes de iniciar la resolución de la práctica y revisar las soluciones hasta la finalización de la misma.

## Lista de contenidos

A continuación se presentan los contenidos considerados dentro de cada una de las áreas temáticas de la prueba. Todos estos contenidos son enseñados en la educación primaria y secundaria costarricense.

### Aritmética

#### Conjuntos Numéricos

- Números Naturales (propiedades y operaciones).
- Números Enteros (propiedades y operaciones).
- Números Racionales (propiedades y operaciones).
- Números Reales (propiedades y operaciones).
- Números Irracionales (propiedades y operaciones).

#### Teoría de números naturales

- Divisibilidad.
- Múltiplos.
- Números primos.
- Números compuestos.
- Descomposición prima.
- Mínimo Común Múltiplo.
- Máximo Común Divisor.
- Secuencias Numéricas.

## Geometría

### Geometría plana

- Elementos básicos de geometría (punto, recta, plano, rectas paralelas, perpendiculares y concurrentes, clasificación y medida de ángulos, ángulos entre rectas paralelas y transversales, teoremas relacionados con rectas paralelas y perpendiculares).
- Triángulos (desigualdad triangular, ángulos internos y externos, semejanza, congruencia, teorema de Pitágoras).
- Cuadriláteros (propiedades).
- Polígonos regulares (ángulo central, radio, apotema, área y perímetro).
- Razones trigonométricas (definición, ley de senos y ángulos de elevación y depresión).

### Geometría analítica

- Coordenadas de puntos en el plano.
- Distancia entre puntos.
- Ecuaciones de rectas.
- Ecuación de la parábola.

### Cuerpos sólidos

- Prismas rectos (área y volumen).
- Pirámide recta (área y volumen).

## Álgebra

### Operaciones fundamentales con expresiones algebraicas

- Expresiones algebraicas.
- Valor numérico de una expresión algebraica.
- Operaciones con polinomios (suma, resta, multiplicación, división).

### Simplificación y factorización de expresiones algebraicas

#### Ecuaciones e inecuaciones

- Ecuaciones de primer grado.
- Ecuaciones de segundo grado.
- Inecuaciones de primer grado.

## Análisis de datos

### Descripción de datos

- Variables cuantitativas y cualitativas.
- Análisis de gráficos estadísticos: barras, circulares, lineales y de puntos.
- Frecuencias relativas y absolutas de datos.

## Medidas de posición

- Moda.
- Media.
- Recorrido.
- Máximo.
- Mínimo.
- Mediana.

## Probabilidad

- Eventos aleatorios.
- Espacio muestral.
- Eventos simples y compuestos.
- Probabilidad frecuencial.
- Definición clásica de probabilidad.
- Eventos seguros, probables e imposibles.
- Introducción a la ley de los grandes números.

# Práctica

## INSTRUCCIONES

- Los ítems de esta práctica se dividen en 4 secciones: Aritmética, Geometría, Álgebra y Análisis de datos.
- Este folleto de práctica consta de 40 ítems de selección única.
- Para cada ítem, seleccione la opción que mejor responda a la pregunta u orden planteada en el encabezado.

## Consideraciones importantes

- Las figuras que se presentan en esta práctica **NO** necesariamente están trazadas a escala, estas sirven solo para ilustrar los datos suministrados en los ítems.
- Las variables representan números reales, a menos que en el ítem se indique algo diferente.
- Algunos conceptos que debe recordar son los siguientes:

**Moda:** es el valor más frecuente dentro de un conjunto de datos finito.

**Mediana:** es el valor central de un conjunto de datos finito, ordenados de menor a mayor. Si la cantidad de datos del conjunto es par, la mediana equivale al promedio de los dos números centrales.

**Arista:** es la línea donde dos caras de un sólido geométrico se intersecan.

## I. Aritmética

1. Al dividir 14 505 por un número natural  $n$ , el residuo es 25. Con base en lo anterior, el valor de  $n$  puede ser
  - A) 7240.
  - B) 7241.
  - C) 7242.
  - D) 7245.
  
2. Un divisor de  $78^2 + 2 \cdot 78 \cdot 14 + 14^2$  es
  - A) 15.
  - B) 46.
  - C) 64.
  - D) 78.
  
3. Si  $n$  es un número natural impar mayor que 1, entonces, **con certeza**, la expresión  $4^n + 6^n$  es divisible por
  - A) 6.
  - B) 7.
  - C) 8.
  - D) 11.



4. Considere las siguientes cantidades:

- I.  $0,2\%$  de 100.
- II.  $95\%$  de  $\frac{1}{5}$ .
- III.  $\frac{2^2}{20}$ .

Con base en lo anterior, se concluye, **con certeza**, que la cantidad

- A) I es igual que la cantidad II.
  - B) II es igual que la cantidad III.
  - C) I es menor que la cantidad II y III.
  - D) II es menor que la cantidad I y III.
5. Si  $m$  es un número entero que satisface la desigualdad  $-2 < m + 5 < 2$ , entonces, la cantidad de posibles valores de  $m$  es

- A) 2.
- B) 3.
- C) 4.
- D) 5.

6. Si  $n$  es un número natural, tal que  $2^{11} \cdot 7^3 \cdot 5^1 = 2^{10} \cdot n \cdot 7^3$ , entonces, **con certeza**, se cumple que

A)  $n < 5$ .

B)  $n > 10$ .

C)  $n^3 < 64$ .

D)  $n^2 < 128$ .

7. Considere la siguiente secuencia numérica:

$$u_2 = \left(\frac{2+1}{2}\right)$$

$$u_3 = \left(\frac{2+1}{2}\right) \left(\frac{3+1}{3}\right)$$

$$u_4 = \left(\frac{2+1}{2}\right) \left(\frac{3+1}{3}\right) \left(\frac{4+1}{4}\right)$$

$$\vdots$$

$$u_n = \left(\frac{2+1}{2}\right) \left(\frac{3+1}{3}\right) \left(\frac{4+1}{4}\right) \dots \left(\frac{n+1}{n}\right)$$

Con base en la secuencia anterior, el valor de  $u_{100}$  equivale a

A)  $1^{100}$ .

B)  $2^{100}$ .

C)  $\frac{100}{2}$ .

D)  $\frac{101}{2}$ .

8. Si  $x$ ,  $y$  son números naturales pares consecutivos, entonces, **con certeza**,  $\frac{x+y}{2}$  es
- A) un número par.
  - B) un número impar.
  - C) múltiplo de 4.
  - D) un número primo.
9. ¿Cuál es el valor de la suma de los dígitos del número  $(200)^6 + (700)^2$ ?
- A) 8
  - B) 9
  - C) 23
  - D) 113
10. Si  $p$  y  $m$  son números enteros positivos, tales que  $p \div 2$  es entero y  $m \div 3$  es par, entonces, **con certeza**,
- A)  $p \cdot m$  es múltiplo de 9.
  - B)  $p \cdot m$  es múltiplo de 12.
  - C)  $\frac{3p}{m}$  es entero.
  - D)  $\frac{2m}{3p}$  es par.

## II. Geometría

11. Considere el rectángulo  $PQRS$ . Si  $E$  es un punto, tal que  $R - E - S$ , entonces, el área del triángulo  $PQE$  es

- A) el 50 % del área del rectángulo  $PQRS$ .
- B) menor que el 25 % del área del rectángulo  $PQRS$ .
- C) mayor que el 50 % del área del rectángulo  $PQRS$ .
- D) mayor que el 25 % del área del rectángulo  $PQRS$ , pero menor que el 50 % del área del rectángulo  $PQRS$ .

12. Considere el  $\triangle EPR$  rectángulo en  $P$  y los puntos  $Q$  y  $S$ , tales que  $P - Q - R$ ,  $P - S - E$ ,  $\overline{PQ} \cong \overline{QR}$  y  $\overline{PS} \cong \overline{SE}$ .

De acuerdo con la información anterior, **con certeza**,

- A)  $EP < 2QS$ .
- B)  $QS < QR$ .
- C)  $2QS > RE$ .
- D)  $2EP > RE$ .

13. Observe la siguiente secuencia de figuras, conformadas por cuadrados de lado 3 cm.



figura 1

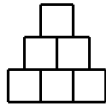


figura 2

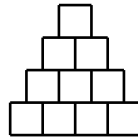


figura 3

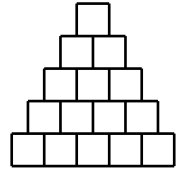


figura 4

Si se continúan construyendo figuras siguiendo el mismo patrón, ¿cuál de las siguientes expresiones representa el área de la figura en la posición 15?

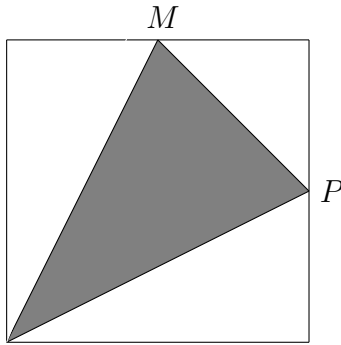
- A)  $192 \text{ cm}^2$
- B)  $405 \text{ cm}^2$
- C)  $1224 \text{ cm}^2$
- D)  $1620 \text{ cm}^2$

14. La longitud de cada uno de dos lados opuestos de un cuadrado se aumenta en  $x$  unidades y la longitud de cada uno de los otros dos lados opuestos se disminuye en  $x$  unidades, con lo cual se obtiene un rectángulo.

De acuerdo con la información anterior, **con certeza**, el

- A) área del cuadrado es mayor que el área del rectángulo.
- B) área del rectángulo es mayor que el área del cuadrado.
- C) perímetro del rectángulo es mayor que el perímetro del cuadrado.
- D) perímetro del cuadrado es mayor que el perímetro del rectángulo.

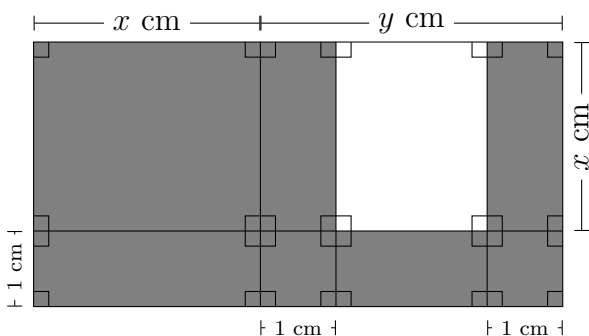
15. En la figura adjunta se muestra un cuadrado,  $M$  y  $P$  son los puntos medios de los lados respectivos.



Si  $x$  cm representa la medida del lado del cuadrado, entonces, el área de la región sombreada es

- A)  $\frac{1}{4}x^2$  cm<sup>2</sup>.  
B)  $\frac{3}{8}x^2$  cm<sup>2</sup>.  
C)  $\frac{5}{8}x^2$  cm<sup>2</sup>.  
D)  $\frac{1}{2}x^2$  cm<sup>2</sup>.

16. Considere los datos que se presentan en la figura adjunta.



De acuerdo con la información anterior, el área de la región sombreada es

- A)  $x^2 + 3x + y$   $\text{cm}^2$ .  
 B)  $x^2 + 4x + 2$   $\text{cm}^2$ .  
 C)  $x^2 + x + 1 + y$   $\text{cm}^2$ .  
 D)  $x^2 + x + xy + y$   $\text{cm}^2$ .
17. Si los lados de un rectángulo miden  $P$  cm y  $Q$  cm, entonces, la longitud del lado de un cuadrado con igual perímetro mide

- A)  $(P + Q)$  cm.  
 B)  $(2P + 2Q)$  cm.  
 C)  $\left(\frac{P + Q}{4}\right)$  cm.  
 D)  $\left(\frac{P + Q}{2}\right)$  cm.



18. Dado  $\overline{ME}$  un segmento de recta y sean  $P, Q, R$  tres puntos, tales que  $M - P - Q - R - E$ .

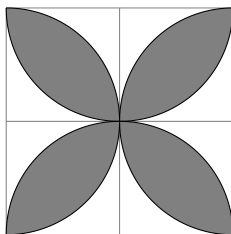
Si  $MR = PE + 2$  y  $RE = 7$ , entonces, **con certeza**, la longitud de  $\overline{MP}$  es

- A) 2.
  - B) 7.
  - C) 8.
  - D) 9.
19. Sea  $l$  la arista de un cubo y  $V$  el volumen de ese cubo.

De acuerdo con la información anterior,

- A) si  $l$  es racional, entonces, **con certeza**,  $V$  es irracional.
- B) si  $l$  es irracional, entonces, **con certeza**,  $V$  es irracional.
- C) si  $l$  es par, entonces, **con certeza**,  $V$  es impar.
- D) si  $l$  es par, entonces, **con certeza**,  $V$  es par.

20. En la figura adjunta, se muestra una rosa con cuatro pétalos. Cada pétalo está definido por dos arcos pertenecientes a circunferencias de radio 1.



De acuerdo con la información anterior, el área de la rosa es

- A)  $\frac{4 - \pi}{2}$ .  
B)  $\pi - 4$ .  
C)  $2\pi - 2$ .  
D)  $2\pi - 4$ .

### III. Álgebra

21. Para vaciar un contenedor de agua, se realizan  $x$  extracciones con un recipiente de  $z$  litros de capacidad. Si se utiliza un recipiente con tres litros más de capacidad, ¿cuál expresión representa la cantidad de extracciones necesarias para vaciar el contenedor?

A)  $xz - 3x$

B)  $x - \frac{3x}{z}$

C)  $x - 3$

D)  $\frac{zx}{z + 3}$

22. En un rectángulo, el largo es el doble del ancho. ¿Cuál es la razón entre el ancho del rectángulo y su perímetro?

A)  $\frac{1}{2}$

B)  $\frac{1}{3}$

C)  $\frac{1}{4}$

D)  $\frac{1}{6}$

23. Sean  $m$ ,  $x$ ,  $y$  números reales, tales que  $y = mx - m^2 - x$ . Si  $x = m + 1$ , entonces, se cumple que

- A)  $y = 1$ .
- B)  $y = m$ .
- C)  $y = -1$ .
- D)  $y = 2m + 1$ .

24. Considere la siguiente igualdad

$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ , donde  $n$  es un número entero positivo.

Si  $k(x+1) + k(x+2) + k(x+3) + \cdots + k(x+20) = 310k$ , donde  $k$  es un número real distinto de cero, entonces, el valor de  $x$  es igual a

- A) 5.
- B)  $\frac{5}{k}$ .
- C)  $\frac{1}{5}$ .
- D)  $5k$ .

25. Sean  $x, w, z$  números reales. Si  $x + w = z$ , y  $w$  está entre  $(z - 2)$  y  $(z + 1)$ , entonces,  $x$  está entre

- A)  $-2$  y  $-1$ .
- B)  $-2$  y  $1$ .
- C)  $-1$  y  $2$ .
- D)  $1$  y  $2$ .

26. Sea  $x$  un número real, tal que  $(x - 7)^{20} < \frac{1}{200}$ .

Analice las siguientes proposiciones:

- I. El valor de  $x$  puede ser  $7$ .
- II. El valor de  $x$  puede ser negativo.

De las proposiciones anteriores, ¿cuál(es) es(son) verdadera(s)?

- A) Solo la I.
- B) Solo la II.
- C) Ambas.
- D) Ninguna.

27. Para  $x, y, z \in \{0, 1, 2\}$  se define la expresión  $(xyz)_3$  como  $x \cdot 3^2 + y \cdot 3 + z$ .

Si  $(k2m)_3$  equivale al número 15, entonces, el valor de  $k + m$  corresponde a

- A) 0.
  - B) 1.
  - C) 2.
  - D) 3.
28. Sean  $x, y, z$  números reales positivos distintos, tales que  $y^2 > z > x^2$ . Considere las siguientes proposiciones:

I.  $z - y < 0$

II.  $x - y < 0$

De las proposiciones anteriores, ¿cuál(es) es(son), **con certeza**, verdadera(s)?

- A) Solo la I.
- B) Solo la II.
- C) Ambas.
- D) Ninguna.

29. Sean  $x, y, z$  números reales no nulos y sean

$$P = \frac{x^{-2}y}{z^{-3}}, \quad Q = \frac{x^2y^{-2}}{z}.$$

Si  $PQ > 0$ , entonces, **con certeza**,

A)  $y < 0$ .

B)  $z < 0$ .

C)  $y > 0$ .

D)  $z > 0$ .

30. Sea  $x$  un número real y sea  $z = x(x+1)(x-1)$ .

Si  $x \in [0, 1[$ , entonces, el conjunto que contiene todos los valores posibles de  $z$  corresponde a

A)  $] -\infty, 0[$ .

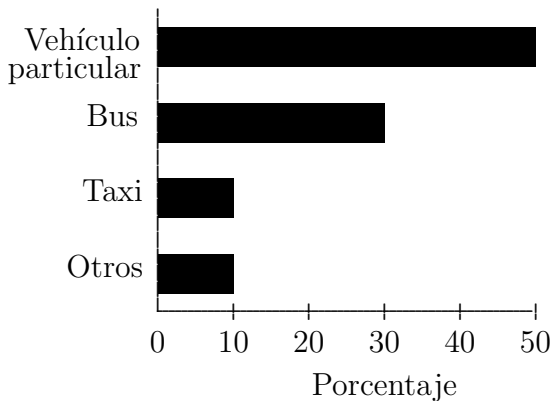
B)  $] -\infty, 0]$ .

C)  $]0, +\infty[$ .

D)  $[0, +\infty[$ .

## IV. Análisis de datos

31. En el siguiente gráfico se muestra la distribución de la forma principal de traslado al trabajo reportada por 200 personas.



De acuerdo con la información dada, se puede afirmar que, de las 200 personas,

- A) solo 40 viajan en bus o taxi.
- B) más de 100 viajan en un medio de transporte que **no** es un vehículo particular.
- C) la diferencia entre las que viajan en bus y las que lo hacen en vehículo particular es 20.
- D) la diferencia entre las que viajan en taxi y las que lo hacen en vehículo particular es 80.



32. Un conjunto de 8 datos está compuesto por los valores 0, 1 y 2. Este conjunto tiene como promedio 0,5.

De acuerdo con la información anterior, **con certeza**, la cantidad de datos que toman el valor 0 es

- A) 3.
- B) 4.
- C) 5.
- D) 6.

33. En una encuesta para determinar la cantidad de días a la semana que los jóvenes realizan algún tipo de ejercicio físico, se reportó la siguiente información:

Días	Jóvenes
0	3
1	10
2	10
3	4
4	2
5	1

Si 4 de los jóvenes que indicaron 2 días, en realidad hacen ejercicio 4 días a la semana, entonces, **con certeza**,

- A) la moda verdadera es mayor que la moda en los datos reportados.
- B) el promedio verdadero es mayor que el promedio en los datos reportados.
- C) la moda verdadera es menor que la moda en los datos reportados.
- D) el promedio verdadero es menor que el promedio en los datos reportados.

34. Los datos de la tabla adjunta muestran la frecuencia de los principales problemas que se detectaron en las botellas producidas en una fábrica durante el mes de marzo.

Problema	Frecuencia
Decoloración	9
Grosor	12
Agarradera	7
Plástico	20
Etiqueta	12

Analice las siguientes proposiciones:

- I. La agarradera junto con el plástico representan el 45 % de los problemas detectados.
- II. Los problemas de etiqueta y decoloración representan el 30 % de los problemas detectados.

De las proposiciones planteadas, ¿cuál(es) es(son) verdadera(s)?

- A) Solo la I.
- B) Solo la II.
- C) Ambas.
- D) Ninguna.

35. En una fábrica se tienen 25 cajas que pesan, en conjunto, 75 kg. Si el peso de una única caja se reduce en  $\frac{1}{2}$  kg, entonces, **con certeza**, el peso promedio de las cajas sería

- A) igual a 3,5 kg.
- B) igual a 3 kg.
- C) mayor a 3 kg, pero menor a 3,5 kg.
- D) mayor a 2,5 kg, pero menor a 3 kg.

36. Una caja de lápices contiene 20 lápices de grafito de los cuales 8 no tienen borrador en uno de sus extremos. De esos 8 lápices 6 son amarillos y dos negros.

De acuerdo con la información, ¿cuál afirmación es verdadera?

- A) 3 de cada 5 lápices no tienen borrador.
- B) 2 de cada 3 lápices tienen borrador.
- C) 1 de cada 4 lápices no tienen borrador y son negros.
- D) 3 de cada 10 lápices no tienen borrador y son amarillos.

37. Un conjunto de 9 datos está compuesto por los valores 1 y 2. Este conjunto tiene como moda al número 2.

De acuerdo con la información anterior, **con certeza**, la cantidad de datos que toman el valor 1 es

- A) par.
  - B) impar.
  - C) mayor que 4.
  - D) menor que 5.
38. En una encuesta para determinar el refresco favorito entre P, R y T, se obtuvo que el 10% de los encuestados prefiere el refresco P, el 25% el R, el 40% el T y el 25% no respondió la encuesta.

Si se lograra recolectar la respuesta de los encuestados que no respondieron la encuesta, entonces, **con certeza**,

- A) la moda sería P.
- B) la moda sería R.
- C) la moda **no** sería P.
- D) la moda **no** sería R.

39. Los resultados de un experimento se codificaron con los valores 10, 20 y 30. Luego de repetir varias veces el experimento, se obtuvo que el 80% de los resultados fue igual a 20.

De acuerdo con la información anterior, **con certeza**, en los resultados finales se obtuvo que

- A) el promedio fue igual a 20.
  - B) la mediana fue igual a 20.
  - C) el promedio fue diferente a 20.
  - D) la mediana fue diferente de 20.
40. Las probabilidades que tienen dos estudiantes R, W de resolver un mismo problema, por separado, son  $\frac{1}{m}$  y  $\frac{m}{5}$  respectivamente. Si se sabe que ambos estudiantes, trabajando al mismo tiempo (suma de las probabilidades), no logran resolverlo. Entonces, ¿cuáles valores son posibles para  $m$ ?
- A) 2 y 4.
  - B) 3 y 2.
  - C) 4 y 3.
  - D) 5 y 3.

# Respuestas



UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

## PRUEBA DE HABILIDADES CUANTITATIVAS

### INSTRUCCIONES

1. Lea cuidadosamente el folleto de preguntas y contéstelas en esta hoja.
2. Rellene completamente los círculos. Utilice solo lápiz de grafito (negro n.º 2).
3. Asegúrese de rellenar solo un círculo por pregunta.
4. La UCR no aceptará ningún reclamo si usted llena incorrectamente los círculos.  
 Marca correcta: ●      Marcas incorrectas: ⊗ ⊕ ⊖ u otras.
5. Borre completamente cualquier respuesta que desee cambiar.
6. Firme esta hoja con bolígrafo de tinta azul o negra y, al finalizar la prueba, devuélvala junto con el folleto de examen.
7. No se dará tiempo adicional al establecido para marcar las respuestas en esta hoja.
8. Si esta hoja no está firmada por usted, no podrá realizar reclamos.

FIRMA

### IDENTIFICACIÓN

### RESPUESTAS

1 ● (A) (B) (C) (D)

2 (A) ● (B) (C) (D)

3 (A) (B) ● (C) (D)

4 (A) (B) (C) ● (D)

5 (A) ● (B) (C) (D)

6 (A) (B) (C) ● (D)

7 (A) (B) (C) ● (D)

8 (A) ● (B) (C) (D)

9 (A) (B) ● (C) (D)

10 (A) ● (B) (C) (D)

11 ● (A) (B) (C) (D)

12 ● (A) (B) (C) (D)

13 (A) (B) ● (C) (D)

14 ● (A) (B) (C) (D)

15 (A) ● (B) (C) (D)

16 ● (A) (B) (C) (D)

17 (A) (B) (C) ● (D)

18 (A) (B) (C) ● (D)

19 (A) (B) (C) ● (D)

20 (A) (B) (C) ● (D)

21 (A) (B) (C) ● (D)

22 (A) (B) (C) ● (D)

23 (A) (B) ● (C) (D)

24 ● (A) (B) (C) (D)

25 (A) (B) ● (C) (D)

26 ● (A) (B) (C) (D)

27 (A) ● (B) (C) (D)

28 (A) ● (B) (C) (D)

29 (A) (B) ● (C) (D)

30 (A) ● (B) (C) (D)

31 (A) (B) (C) ● (D)

32 (A) (B) ● (C) (D)

33 (A) ● (B) (C) (D)

34 ● (A) (B) (C) (D)

35 (A) (B) (C) ● (D)

36 (A) (B) (C) ● (D)

37 (A) (B) (C) ● (D)

38 (A) (B) ● (C) (D)

39 (A) ● (B) (C) (D)

40 (A) ● (B) (C) (D)