



XS-3310 Teoría Estadística II Ciclo Lectivo 2023

Unidad: Escuela de Estadística, Universidad de Costa Rica

Profesor: Shu Wei Chou Chen (shuwei.chou@ucr.ac.cr)

Requisitos: Modelos probabilísticos continuos (XS-2330) y Cálculo con optimización (MA-1023).

Co-requisitos: no tiene.

Número de créditos: 4 créditos¹ y 4 horas contacto semanales.

Número de horas de trabajo semanal: 12.

Modalidad: Presencial.

Horario: Martes y viernes 8:00 - 9:50.

Hora de consulta: Martes 10:00 - 11:50.

PROGRAMA E INSTRUCTIVO DEL CURSO

DESCRIPCIÓN:

Curso del tercer año del plan de estudios del bachillerato en Estadística. Utiliza la teoría de la probabilidad en espacios discretos y continuos, y el cálculo diferencial e integral, para desarrollar los fundamentos matemáticos de la inferencia estadística clásica, y ofrecer una introducción a la inferencia Bayesiana.

OBJETIVOS GENERALES:

- Enunciar y aplicar los conceptos y principios básicos de la inferencia estadística clásica (estimación y contraste de hipótesis), los teoremas fundamentales y sus principales aplicaciones.
- Ofrecer una introducción elemental de la inferencia estadística Bayesiana.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Se espera que al finalizar el curso el estudiante sea capaz de:

- Reconocer los conceptos de parámetro, estadístico, estimador y distribución muestral de un estimador, y su fundamental importancia en el campo de la inferencia estadística clásica.
- Determinar la importancia de las siguientes propiedades de los estimadores del enfoque clásico: insesgamiento, variancia mínima, eficiencia, consistencia, suficiencia y

¹ Definición de crédito: Según el Convenio para unificar la definición de crédito en la Educación Superior de Costa Rica y el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil (art. 3, inciso c), se define un crédito como la unidad valorativa del trabajo del estudiante, que equivale a tres horas reloj semanales de trabajo del mismo, durante 15 semanas, aplicadas a una actividad que ha sido supervisada, evaluada y aprobada por el profesor.





completitud.

- Valorar la importancia de los conceptos y principios sobre los que se fundamenta la inferencia estadística clásica de la estimación puntual y por intervalos, además de los contrastes de hipótesis.
- Comprender las estrategias teóricas que permiten derivar los mejores estimadores para medias, variancias, proporciones, diferencias de medias y proporciones del enfoque clásico.
- Utilizar dichas estrategias para la determinación de estimadores de parámetros de distribuciones conocidas según el enfoque clásico.
- Conocer, dentro del enfoque clásico, las estrategias empleadas para contrastar hipótesis sobre medias, variancias, proporciones, diferencias de medias y proporciones, y aplicaciones particulares. Tomar conciencia sobre la importancia de los supuestos que se deben cumplir para utilizar las diversas técnicas estadísticas para estimar parámetros y realizar contrastes de hipótesis.
- Reconocer los teoremas básicos de la inferencia estadística.
- Conocer las aplicaciones de los principios básicos de la inferencia estadística a la solución de nuevos problemas prácticos.
- Conocer las diferencias de la inferencia estadística clásica con la estadística bayesiana.

METODOLOGÍA

El curso se desarrolla mediante la técnica expositiva e interrogativa, favoreciendo al máximo el aprendizaje activo de los estudiantes. El material del curso estará disponible en la plataforma de Mediación Virtual <https://mediacionvirtual.ucr.ac.cr>, al igual que el programa del curso y los avisos semanales. Cuando sea necesario se utilizará la computadora para simular situaciones que permitan una mayor comprensión de los conceptos que se tratan. Con los exámenes cortos, tareas o proyectos se propone mantener a los estudiantes en constante contacto con la materia.

La atención de las consultas de los estudiantes se realizará de forma sincrónica, según el horario establecido por el profesor. El estudiante debe comprometerse con la realización de las asignaciones y evacuar su duda en el espacio establecido.

CONTENIDOS:

Tema I. Estimación puntual

Muestra aleatoria. Parámetros, estadísticos y estimadores. Estadísticos de orden. Estimación puntual. Distribuciones muestrales. Sesgo y error cuadrático medio. Evaluación de la bondad de un estimador puntual. Propiedades de los estimadores: insesgamiento, eficiencia, consistencia, suficiencia. Ejemplos. Teorema de factorización. Familias de distribuciones



Potencial, Pareto y Exponencial. Estimadores insesgados de variancia mínima. Desigualdad de Cramer-Rao. Información de Fisher. Teorema de Rao-Blackwell. Completitud. Teorema de Lehman-Scheffé. Método de momentos. Método de máxima verosimilitud. Principio de invariancia. Distribución de los estimadores máximo-verosímiles en muestras grandes.

Tema II. Estimación por intervalos

Definición de un intervalo de confianza: unilateral y bilateral. El método pivotal para obtener intervalos de confianza. Intervalos de confianza en poblaciones normales: intervalos de confianza para la media (variancia conocida y variancia desconocida), para la variancia, para la diferencia de dos medias (variancias conocidas; variancias desconocidas pero iguales), para una proporción, para diferencia de dos proporciones, para el cociente de dos variancias. Intervalos de confianza para muestras grandes: uso de la distribución asintótica de estimadores máximo-verosímiles. Aplicaciones.

Tema III. Contraste de hipótesis

Contrastes de hipótesis. Hipótesis nula. Hipótesis alternativa. Región de rechazo. Tipos de error. Cálculo de α y β . Ilustración en el caso de una binomial. El caso corriente de muestras grandes: $H_0: \theta \in \Omega_0$ contra $H_1: \theta \in \Omega_1$. Cálculo de las probabilidades del error tipo II y determinación del tamaño de la muestra para la prueba Z . Modo alternativo de reportar los resultados de un contraste: los niveles de significancia observados o valores p . Función de potencia. Contraste más potente. Lema de Neyman-Pearson. Hipótesis simples y compuestas. Criterio del cociente de verosimilitudes. Contraste uniformemente más potente. Caso de vectores de parámetros $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$: Contraste de razón de verosimilitudes o razón de probabilidad, y aproximación por medio de la distribución χ^2 . Aplicaciones de los contrastes de hipótesis en poblaciones normales para una media, para una variancia, para varias medias, para dos variancias. Relación entre los procedimientos de contrastes de hipótesis e intervalos de confianza. Aplicaciones.

Tema IV. Introducción a la Inferencia Estadística Bayesiana

Introducción a la Estadística Bayesiana. Distribución inicial, previa o a priori, distribución final o posterior. Naturaleza controversial de las distribuciones previas, distribuciones previas discretas y continuas, distribuciones finales, ejemplos con las distribuciones: Bernoulli, Poisson, exponencial y normal con media conocida, intervalos de confianza creíbles, principio de verosimilitud, breve descripción del contraste de una hipótesis simple.



CRONOGRAMA DEL DESARROLLO DE LA MATERIA

Semana	Día 1	Día 2	Mes	Tema	Actividad
1	15	18	agosto	0. Repaso	
2	22	25	agosto	1. Estimación puntual	
3	29	1	agosto/setiembre		Tarea/Exp. 1
4	5	8	setiembre		Quiz 1
5	12	15	setiembre		
6	19	22	setiembre		Tarea/Exp. 2
7	26	29	setiembre	2. Estimación por intervalo	Quiz 2
8	3	6	octubre		
9	10	13	octubre	3. Contrastes de hipótesis	Parcial I
10	17	20	octubre		
11	24	27	octubre		Tarea/Exp. 3
12	31	3	octubre/noviembre		Quiz 3
13	7	10	noviembre	4. Intro. a Bayesiana	
14	14	17	noviembre		Tarea/Exp. 4
15	21	24	noviembre		Quiz 4
16	28	1	noviembre/diciembre		Parcial II
17	4	7	diciembre		





EVALUACIÓN Y CRONOGRAMA DE EXÁMENES

- a) Se realizarán 4 tareas y 4 quices durante el curso.
- Para cada tarea, la evaluación consiste en seleccionar un ejercicio para calificación y adicionalmente, se selecciona aleatoriamente dos estudiantes para presentar su solución en la clase, que servirá como discusión en clase.
 - Finalmente, se evalúan el conocimiento de cada estudiante por medio de dos exámenes parciales.
 - En la siguiente tabla se detalla los rubros de la evaluación del curso:

Examen	Fecha	Valor
Parcial I	13 de Octubre	30 %
Parcial II	1 de Diciembre	30 %
4 Quices	Viernes del calendario	20 %
4 Tareas	Viernes del calendario	20 %
Total	-----	100 %

- b) Reglamentación de los exámenes de reposición

Hay exámenes de reposición para los estudiantes que no puedan hacer el parcial respectivo por razones contempladas en el artículo 24 del Reglamento de Régimen Académico Estudiantil, que establece al respecto:

“Cuando el estudiante se vea imposibilitado, por razones justificadas, para efectuar un examen en la fecha fijada, puede presentar una solicitud de reposición a más tardar en cinco días hábiles a partir del momento en que se reintegre normalmente a sus estudios. Esta solicitud debe presentarla ante el profesor que imparte el curso, adjuntando la documentación y las razones por las cuales no pudo efectuar la prueba, con el fin de que el profesor determine, en los tres días hábiles posteriores a la presentación de la solicitud, si procede una reposición. Si ésta procede, el profesor deberá fijar la fecha de reposición, la cual no podrá establecerse en un plazo menor de cinco días hábiles contados a partir del momento en que el estudiante se reintegre normalmente a sus estudios. Son justificaciones: la muerte de un pariente hasta de segundo grado, la enfermedad del estudiante u otra situación de fuerza mayor o caso fortuito.”

Reglamentación

- La reglamentación sobre sus deberes y derechos como estudiante se encuentra en el **Reglamento de Régimen Académico Estudiantil** (https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf)



- La reglamentación y sanciones ante fraudes en las evaluaciones o comportamientos anómalos por parte de los estudiantes, la pueden encontrar en **Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica** (https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf)
- Con el fin de garantizar un espacio libre de violencia y sexismo en el desarrollo de este curso, les recomiendo que revisen **el Reglamento de la Universidad de Costa Rica contra el Hostigamiento Sexual** (https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/hostigamiento_sexual.pdf)

Libros del curso

- Dennis D.Wackerly, William Mendenhall y Richard L. Scheaffer. *Mathematical Statistics with Applications*. 7th ed. Belmont, CA: Thomson Brooks/Cole, 2008. ISBN: 978-0-495-11081-1
- G Casella. *Statistical Inference*. English. Pacific Grove, CA: Duxbury, 2002. ISBN: 978-0-495-39187-6. **BIBLIOTECA ARTURO AGUERO CHAVES 519.5 C337s2**
- Morris H. DeGroot y Mark J. Schervish. *Probability and Statistics*. 4th ed. Boston: Addison-Wesley, 2012. ISBN: 978-0-321-50046-5. **BIBLIOTECA LUIS DEMETRIO TINOCO 519.2 D321p**

Otras referencias

1. Peter J. Bickel y Kjell A. Doksum. *Mathematical Statistics: Basic Ideas and Selected Topics*. 2nd ed. Upper Saddle River, N.J: Pearson Prentice Hall, 2007. ISBN: 978-0-13-230637-9.
2. Michael Evans y Jeffrey Seth Rosenthal. *Probability and Statistics: The Science of Uncertainty*. 2nd ed. New York: W.H. Freeman and Co, 2010. ISBN: 978-1-4292-2462-8.
3. Robert V. Hogg, Joseph W. McKean y Allen T. Craig. *Introduction to Mathematical Statistics*. Eighth edition. Boston: Pearson, 2019. ISBN: 978-0-13-468699-8.
4. Robert V. Hogg, Elliot A. Tanis y Dale L. Zimmerman. *Probability and Statistical Inference*. Ninth edition. Boston: Pearson, 2015. ISBN: 978-0-321-92327-1.



5. John A. Rice. *Mathematical Statistics and Data Analysis*. 3rd ed. Duxbury Advanced Series. Belmont, CA: Thomson/Brooks/Cole, 2007. ISBN: 978-0-534-39942-9.
6. Christian P. Robert. *The Bayesian Choice: From Decision-Theoretic Foundations to Computational Implementation*. eng. 2. ed. Springer Texts in Statistics. New York, NY: Springer, 2007. ISBN: 978-0-387-71599-5 978-0-387-71598-8.
7. Larry Wasserman. *All of Statistics*. New York, NY: Springer New York, 2004. ISBN: 978-1-4419-2322-6.