



Escuela de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas, Universidad de Costa Rica

Curso: XS-2330 Modelos Probabilísticos Continuos

II Ciclo Lectivo 2024

|  |   |
|--|---|
| <b>Profesor G01:</b> Alejandro Salas Vargas<br><b>Profesor G02:</b> Andrey Zamora Araya  | <b>Correos:</b><br><a href="mailto:alejandro.salasvargas@ucr.ac.cr">alejandro.salasvargas@ucr.ac.cr</a><br><a href="mailto:joseandrey.zamora@ucr.ac.cr">joseandrey.zamora@ucr.ac.cr</a> |
| <b>Créditos:</b> 4 créditos  | <b>Tipo de curso:</b> Teórico   |
| <b>Horario del curso:</b><br>G01: K, V 8:00 a.m. a 9:50 a.m.<br>G02: K, V 8:00 a.m. a 9:50 a.m.  | <b>Horas de consulta:</b><br><b>G01:</b> K, V 7:00 a.m. a 8:00 a.m.<br><b>G02:</b> K, V 7:00 a.m. a 8:00 a.m.   |
| <b>Horas Lectivas:</b> 4 horas semanales<br><b>Horas:</b> 3 horas de teoría y 1 hora de práctica   | <b>Modalidad:</b> Baja Virtualidad  |
| <b>Requisitos:</b><br>• Matemáticas para Economía y Estadística II (MA-0313) o Álgebra Lineal (MA-1004)<br>• Modelos Probabilísticos Discretos (XS-2310)<br>• Métodos Estadísticos (XS-2110) | <b>Co-requisitos:</b><br>• Matemáticas para Ciencias Económicas III (MA-0232) o Cálculo con Optimización (MA-1023)<br>• Modelos de Regresión Aplicados (XS-2130)                        |

## 1. Descripción

El curso forma parte del segundo año de la carrera de Bachillerato en Estadística. Para complementar la formación de los estudiantes recibida en el curso de Modelos Probabilísticos Discretos, en este curso se analizan los principales conceptos relacionados con los modelos continuos de probabilidad. Muchos de los tópicos estudiados para el caso discreto son ahora llevados al continuo. Para ello, el estudiante requiere de una sólida formación en el área del cálculo diferencial e integral en una y varias variables. En el desarrollo del curso se analizan diferentes modelos teóricos vinculados con procesos estocásticos que simulan problemas de la realidad.

## 2. Objetivos generales

- Conocer la teoría de la probabilidad para el caso continuo y su importancia dentro del campo de la estadística.
- Comprender la importancia de las distribuciones en probabilidad para modelar variables aleatorias continuas.

## 3. Objetivos específicos

Al finalizar el curso, se espera que el estudiante sea capaz de:

- Reconocer los principales modelos probabilísticos continuos y sus características básicas.
- Analizar las principales propiedades de los modelos probabilísticos multivariados (con énfasis en el caso bivariado) y de las funciones que se generan a partir de ellos.
- Valorar la importancia de la distribución normal bivariada y de sus propiedades para los análisis estadísticos.
- Analizar nuevos modelos probabilísticos generados a partir de funciones de variables aleatorias conocidas.



- Conocer los principales resultados relacionados con las distribuciones muestrales y su importancia para los análisis estadísticos.

#### 4 Reglamentación

Como miembro de la comunidad universitaria es importante conocer la reglamentación sobre algunos aspectos relacionados con la vida estudiantil. A continuación, se brindan las referencias a los documentos sobre algunos de estos aspectos:

- La reglamentación sobre sus deberes y derechos como estudiante se encuentra en el Reglamento de Régimen Académico Estudiantil ([https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen\\_academico\\_estudiantil.pdf](https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/regimen_academico_estudiantil.pdf))
- La reglamentación y sanciones ante fraudes en las evaluaciones o comportamientos anómalos por parte de los estudiantes, la pueden encontrar en Reglamento de Orden y Disciplina de los Estudiantes de la Universidad de Costa Rica ([https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden\\_y\\_disciplina.pdf](https://www.cu.ucr.ac.cr/normativ/orden_y_disciplina.pdf))
- Con el fin de garantizar un espacio libre de violencia y sexismo en el desarrollo de este curso, les recomiendo que revisen el Reglamento de la Universidad de Costa Rica contra el Hostigamiento Sexual [https://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx\\_ucruniversitycouncildatabases/normative/hostigamiento\\_sexual.pdf](https://www.cu.ucr.ac.cr/uploads/tx_ucruniversitycouncildatabases/normative/hostigamiento_sexual.pdf)  
Sitio web de la Comisión Institucional contra el Hostigamiento Sexual: <https://www.ucr.ac.cr/comision-institucional-contra-el-hostigamiento-sexual.html>  
Video “Hostigamiento sexual en la UCR ¿Qué hacer para enfrentarlo? Enlace a YouTube: <https://www.youtube.com/watch?v=OiUyqC8qrmI> , Opción de descarga desde el sitio web del CIEM: <https://repositorio.ciem.ucr.ac.cr/jspui/handle/123456789/423>

#### 5 Contenidos

##### Tema 1: Variables aleatorias continuas y sus distribuciones:

- 1.1 Variable aleatoria continua. Distribución de una variable aleatoria continua. Funciones de distribución acumulativa. Moda, mediana, percentiles, valor esperado y variancia de una variable aleatoria continua.
- 1.2 Casos particulares de distribuciones continuas: Uniforme, gamma, exponencial, ji-cuadrado, beta y normal. Relación entre algunos modelos continuos con modelos discretos.
- 1.3 Teorema de Chebyshev. Función generadora de momentos.

##### Tema 2: Distribuciones de probabilidad multivariada:

- 2.1 Distribución de probabilidad continua bivariada y multivariable. Distribuciones marginales y condicionales. Independencia de variables aleatorias.
- 2.2 Valor esperado, variancia y covariancia en casos bivariados. Distribución normal bivariada y sus principales propiedades.

##### Tema 3: Funciones de variables aleatorias:

- 3.1 Distribución de probabilidad de una función de variables aleatorias: Método de las funciones de distribución, método de las transformaciones, método de las funciones generadoras de momentos.
- 3.2 Transformaciones multivariadas con jacobianos. Uso de la computadora para la simulación de funciones de variables aleatorias.

##### Tema 4: Distribuciones muestrales:

- 4.1 Distribuciones muestrales. Distribución muestral de la media: Teorema del límite central.



4.2 Generación de las distribuciones de Student y F de Fisher a partir de distribuciones conocidas. Aproximación normal a la distribución binomial.

4.3 Uso de la computadora para la simulación de funciones muestrales.

## 6 Metodología

Las estrategias metodológicas incluyen la clase magistral, el trabajo individual, la discusión y reflexión sobre los conceptos matemáticos y estadísticos expuestos. Se requiere la participación activa de los estudiantes en la resolución de ejercicios en clase. Se recomienda el trabajo en grupo para completar apuntes, resolver ejercicios y compartir estrategias de resolución.

Se utilizará MEDIACIÓN VIRTUAL (el aula virtual institucional) para subir videos y como repositorio de archivos, prácticas y otros documentos. Se recuerda que el estudiantado debe tener disponibilidad para realizar evaluaciones y asistir a clases en el horario del curso. También se hará uso de la computadora para la simulación de funciones muestrales, por medio del software estadístico R y su entorno de desarrollo R-Studio en su versión más reciente. Algunas sesiones de clases, que se comunicarán de manera oportuna, podrían ser asincrónicas. Es importante mencionar que, en este aspecto del tipo de clases (sincrónica y asincrónica), se debe tener cierta flexibilidad y su uso dependerá del tipo de materia que se esté abordando.

## 7 Evaluación

A continuación, se presentan los rubros de evaluación del curso.

### Valor y cronograma de los exámenes regulares

| Examen               | Materia         | Fecha                            | Valor   |
|----------------------|-----------------|----------------------------------|---|
| Primer parcial       | Tema I, II      | Martes 15 de octubre<br>de 7am   | 30 %  |
| Segundo parcial      | Tema III y IV   | Martes 26 de noviembre<br>de 7am | 30 %  |
| Exámenes cortos      | 4 asignaciones  | Ver cronograma de curso          | 25%   |
| Tareas programadas   | 3 asignaciones  | Ver cronograma de curso          | 15%   |
| Prueba de ampliación | Temas 1,2,3 y 4 | Miércoles 04 de diciembre 8 am   | Nota mínima de<br>7.0 para aprobar<br>el curso. |
| <b>Total</b>         |                 |                                  | <b>100 %</b>                                    |

Las fechas y horas de los exámenes están sujetas a la disponibilidad de aulas, por lo que eventualmente pueden variar, en cuyo caso se comunicará al estudiante en forma oportuna. Además, si por causa mayor alguna persona estudiante se ausentara de una evaluación, debe entregar de manera presencial en horario de clase, la documentación válida respectiva para justificar ausencia. Si es aceptada, de común acuerdo se pactará una fecha para la reposición de la prueba. Por otro lado, mediante la matrícula el estudiantado manifiesta tener disponibilidad para asistir en el horario en el cual se ofrece el curso, por lo tanto, la persona estudiante no debe asumir otros compromisos en el mismo horario del curso que dificulten su participación en el mismo. Las obligaciones adquiridas por el estudiante en horario de clase no serán consideradas como justificaciones para ausencias a evaluaciones o asignaciones que formen parte del curso.





## 8 Bibliografía

- [1] Mendenhall, W., Scheaffer, R. y Wakerly, D. (2010). *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Sétima Edición. Editorial Thomson. México. Signatura: 519.5M537e7.[Libro de texto]
- [2] Freund, J. y Walpole, R. (1990). *Estadística Matemática con Aplicaciones*. Cuarta Edición. Editorial Prentice Hall Hispanoamericana. México. Signatura: 519.5 F889e.
- [3] Mood, A. y Graybill, F. (1972). *Introducción a la teoría estadística*. Cuarta Edición. Editorial Aguilar. Madrid. Signatura: 311 M817i4.
- [4] Feller, W. (1973). *Introducción a la Teoría de Probabilidades y sus aplicaciones*. Editorial Limusa. México. Signatura: 519.1 F326i E v.1.
- [5] DeGroot, M. y Schervish, M. (1988). *Probabilidad y Estadística*. Segunda Edición. Editorial Addison-Wesley Iberoamericana. Argentina. Signatura: 519.2 D321p2 E.
- [6] Devore, J. (2008). *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias*. Séptima Edición. Editorial Cengage Learning. Australia. 519.5 D511p7.
- [7] Devore, J. y Berk, K. (2012). *Modern Mathematical Statistics with Applications*. Segunda Edición. Springer New York, New York, NY. Disponible en línea con la cuenta institucional.
- [8] Freedman, K. (2009). *Statistical Models: Theory and Practice*. Segunda Edición. Cambridge. Signatura: 300.107.27 F853s.
- [9] Larsen, R. y Marx, M. (2012). *An Introduction to Mathematical Statistics*. Quinta Edición. Prentice Hall. Signatura: 519.5 L344i5.
- [10] Wackerly, D., Mendenhall, W y Scheaffer, R. (2010). *Estadística Matemática con aplicaciones*.

### Sitios Recomendados:

Penn State STAT 414: Intro Probability Theory Online Class: <https://onlinecourses.science.psu.edu/stat414/>

## 9 Cronograma

| Semana | Fechas | Tema | Evaluación |
|--------|--------|------|------------|
|--------|--------|------|------------|





|    |                              |   |                                     |
|----|------------------------------|---|-------------------------------------|
| 1  | 13 y 16 de agosto            | Variabes aleatorias continuas y sus distribuciones            |                                     |
| 2  | 20 y 23 de agosto            | Variabes aleatorias continuas y sus distribuciones            |                                     |
| 3  | 27 y 30 de agosto            | Variabes aleatorias continuas y sus distribuciones            | Quiz #1<br>30 ago.                  |
| 4  | 03 y 06 de setiembre         | Variabes aleatorias continuas y sus distribuciones            | <b>LAB</b>                          |
| 5  | 10 y 13 de setiembre         | Variabes aleatorias continuas y sus distribuciones            | Tarea 1                             |
| 6  | 17 y 20 de setiembre         | Distribuciones de probabilidad multivariada                   | Quiz #2<br>20 set.                  |
| 7  | 24 y 27 de setiembre         | Distribuciones de probabilidad multivariada                   | <b>LAB</b>                          |
| 8  | 01 y 04 de octubre           | Distribuciones de probabilidad multivariada                   | Tarea 2                             |
| 9  | 08 y 11 de octubre           | Distribuciones de probabilidad multivariada                   | <b>LAB</b><br>Quiz #3<br>11 oct.    |
| 10 | 15 y 18 de octubre           | Funciones de variables aleatorias y repaso                    | Examen Parcial I<br>15 oct 30%      |
| 11 | 22 y 25 de octubre           | Funciones de variables aleatorias                             |                                     |
| 12 | 29 octubre y 01 de noviembre | Funciones de variables aleatorias                             |                                     |
| 13 | 05 y 8 de noviembre          | Funciones de variables aleatorias y Distribuciones muestrales | Tarea 3                             |
| 14 | 12 y 15 de noviembre         | Distribuciones muestrales                                     | <b>LAB</b><br>Quiz #4<br>15 de nov. |
| 15 | 19 y 22 de noviembre         | Distribuciones muestrales                                     |                                     |
| 16 | 26 de noviembre              |   | Examen Parcial II<br>26 nov. 30%    |
| 17 | 04 de diciembre              |   | Examen de ampliación 04 dic         |

Las fechas y horas de los exámenes, laboratorios, pruebas cortas y tareas están sujetas a la disponibilidad de aulas y eventualidades que puedan surgir durante el semestre, por lo que eventualmente pueden variar, en cuyo caso se comunicará al estudiante en forma oportuna.

## 10 Comprobación de la lectura del programa de curso.

Requerimos su apoyo como estudiante de cursos de Estadística para hacer constar que su profesor(a) comentó y analizó la carta al estudiante del respectivo curso, y explicó las normas de evaluación. Por este motivo, estamos adjuntando un enlace para acceder a un formulario digital donde se dará fe de que se comentó la carta del estudiante. El link es el siguiente:

<https://forms.gle/xVHsqe8qxpqaxjWi9>





Una vez que el estudiante haya finalizado de llenar el documento, las respuestas serán exportadas y analizadas por la Dirección de la Escuela como evidencia para efectos de Acreditación y evaluación docente.